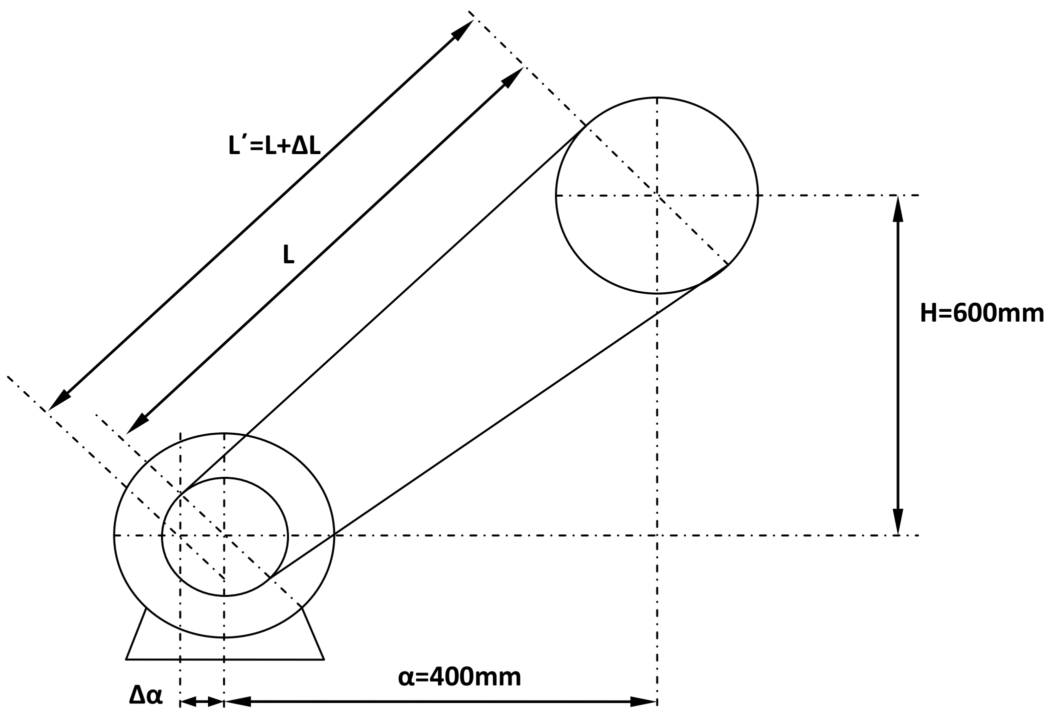
Πρόβλημα προέντασης

Η κινητήρια τροχαλία της ιμαντοκίνησης του σχήματος παίρνει κίνηση από τον Η/Κ του σχήματος, ο οποίος έχει την ικανότητα της οριζόντιας μικρομετακίνησης κατά Δα=10mm προς τα αριστερά. Αν ο επίπεδος ιμάντας έχει διατομή $360mm^2$, ολικό μήκος 1.9m και μέτρο ελαστικότητας 300 MPa ενώ οι τροχαλίες έχουν διαμέτρους 100mm και 200mm αντίστοιχα να υπολογιστεί η ελάχιστη και η αύξηση της προέντασης ανά mm μετακίνησης του Η/Κ.



Η απόσταση αξόνων των δύο τροχαλιών ισούται με:

$$L = \sqrt{H^2 + \alpha^2} = 721\text{mm} \tag{1}$$

Το αρχικό μήκος του ιμάντα υπολογίζεται ως:

$$l = 2L + \pi\frac{D_1 + D_2}{2} + \frac{1}{L}\left(\frac{D_2 - D_1}{2}\right)^2 = 1917\text{mm} \tag{2}$$

Η αρχική παραμόρφωση του ιμάντα θα είναι:

$$\varepsilon_0 = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{1917 - 1900}{1900} = 0.009 \tag{3}$$

οπότε η συνολική δύναμη προέντασης:

$$F_2 = AE\varepsilon_0\text{, οπότε } F_2 = AE\varepsilon_0 = 972\text{N} \tag{4}$$

Για την απόσταση αξόνων ισχύει:

$$(L+\Delta L)^2=(\alpha+\Delta\alpha)^2+H^2 \tag{5}$$

αναπτύσσοντας τις παραπάνω παρενθέσεις και αμελώντας την επίδραση των όρων ανώτερης τάξης (κάντε τη σύγκριση με την ακριβή λύση ως άσκηση) λαμβάνουμε:

$$\frac{\Delta L}{\Delta\alpha}\approx\frac{\alpha}{L} \tag{6}$$

Η μεταβολή του μήκους του ιμάντα συναρτήσει της μεταβολής της απόστασης αξόνων προκύπτει διαφορίζοντας τη σχέση (2) ως προς L:

$$\frac{dl}{dL}=2-\frac{\left(D_2-D_1\right)^2}{8L^2}\approx 2\text{ , άρα }\ \Delta l\approx 2\Delta L \tag{7}$$

Οπότε τελικά:

$$\frac{\Delta F_2}{\Delta\alpha}=\frac{AE\dfrac{\left[2\Delta L+\left(l-l_0\right)\right]}{l_0}-AE\dfrac{\left(l-l_0\right)}{l_0}}{\Delta\alpha}=\frac{2AE\Delta L}{l_0\Delta\alpha}=\frac{2AE\alpha}{l_0L}=63\quad N/mm$$